

BACCALURÉAT PROFESSIONNEL
E4 CULTURE SCIENTIFIQUE ET TECHNOLOGIQUE : MATHÉMATIQUES

Toutes options

Durée : 120 minutes

Matériel(s) et document(s) autorisé(s) : **Calculatrice**

Le sujet comporte **5** pages

La feuille portant les annexes A et B est à rendre avec la copie après avoir été numérotée

SUJET

EXERCICE 1 (10 points)

L'observatoire de Mauna Loa à Hawaï étudie l'évolution de la concentration de dioxyde de carbone (molécule de CO_2) dans l'atmosphère terrestre afin d'évaluer les impacts des gaz à effet de serre. Des mesures de concentration de CO_2 dans l'atmosphère ont été effectuées de 1958 à 2008. À partir de ces données, deux modèles mathématiques sont proposés pour réaliser des prévisions sur l'évolution de la concentration de CO_2 dans l'atmosphère jusqu'en 2058.

Dans tout l'exercice, les résultats seront donnés à l'unité près.

PARTIE A : Premier modèle

Un premier modèle (noté modèle 1) est proposé par les chercheurs de l'observatoire de Mauna Loa. Dans le modèle 1, la concentration de CO_2 dans l'atmosphère est modélisée par la fonction f définie sur $[0;100]$ par $f(x) = 0,012x^2 + 0,81x + 314$ où x représente le temps (en années) à partir de 1958 et $f(x)$ la concentration de CO_2 dans l'atmosphère en microlitres par litre ($\mu\text{L/L}$). La représentation graphique C_f de la fonction f dans un repère orthogonal est donnée sur **l'annexe A**.

1. Justifier que la concentration de CO_2 dans l'atmosphère en 2018 donnée par le modèle 1 est environ égale à $406 \mu\text{L/L}$
2. Déterminer, en utilisant la méthode de votre choix, l'année à partir de laquelle la concentration de CO_2 dans l'atmosphère prévue par le modèle 1 dépassera $460 \mu\text{L/L}$.
3. La concentration moyenne annuelle de CO_2 dans l'atmosphère en $\mu\text{L/L}$ (notée \overline{M}) entre les temps t_0 et t_1 en année à partir de 1958 (avec $t_0 < t_1$) se calcule par la formule $\overline{M} = \frac{1}{t_1 - t_0} \int_{t_0}^{t_1} f(x) dx$.
 - a. Justifier qu'une valeur approchée à l'unité près de la concentration moyenne annuelle de CO_2 en $\mu\text{L/L}$ prévue par le modèle 1 entre 2018 et 2028 est $417 \mu\text{L/L}$.
 - b. Entre 1958 et 1968, la concentration moyenne annuelle de CO_2 dans l'atmosphère était de $318 \mu\text{L/L}$. En 1968, on prévoyait une augmentation de 20 % de la concentration moyenne annuelle pour la période s'étendant de 2018 à 2028 par rapport à la période s'étendant de 1958 à 1968. Peut-on considérer, en utilisant le modèle 1, que les prévisions étaient fiables ? Justifier la réponse.
4. On note f' la fonction dérivée de la fonction f sur l'intervalle $[0;100]$. On admet que la vitesse de croissance de la concentration de CO_2 dans l'atmosphère en $\mu\text{L/L/an}$ au temps x est égale $f'(x)$.
 - a. Calculer $f'(x)$.
 - b. Calculer la vitesse exacte de croissance de la concentration de CO_2 en $\mu\text{L/L/an}$ en 2018.
 - c. Déterminer à partir de quelle année la vitesse de croissance de la concentration de CO_2 dans l'atmosphère dépassera $3 \mu\text{L/L/an}$ selon ce modèle mathématique.

PARTIE B : Confrontation de deux modèles

Après analyse plus fine des mesures de concentration de CO_2 dans l'atmosphère entre 1958 et 2008, un deuxième modèle (noté modèle 2) est proposé par les chercheurs de l'observatoire de Mauna Loa. Dans le modèle 2, la concentration en CO_2 dans l'atmosphère en $\mu\text{L/L}$ est modélisée par la fonction g définie sur $[0;100]$ par $g(x) = 260 + 54e^{0,017x}$ où x représente le temps (en années) après 1958 et $g(x)$ la concentration de CO_2 dans l'atmosphère en $\mu\text{L/L}$.

1. En supposant que le modèle 2 représente correctement la concentration en CO_2 dans l'atmosphère de 1958 à 2058, peut-on espérer voir diminuer la concentration de CO_2 dans l'atmosphère d'ici 2058 ? Justifier la réponse.
2. Parmi les deux modèles mathématiques proposés, lequel semble être le plus alarmiste sur la prévision de la concentration de CO_2 pour l'année 2058 ? Justifier la réponse.
3. Compléter le tableau de valeurs de la fonction g en **annexe B**, à rendre avec la copie.

4. Construire la représentation graphique de la fonction g sur l'**annexe A**, à rendre avec la copie.
5. On admettra que pour tout réel x dans l'intervalle $[0;100]$, on a $f(x) \leq g(x)$. On considère que les deux modèles ne sont plus fidèles l'un envers l'autre lorsque à un instant x l'écart entre les deux valeurs prévues est supérieur à 5% de la plus petite des deux valeurs prévues. Ceci se traduit par $g(x) - f(x) \geq 0,05f(x)$.
- Les deux modèles sont-ils fidèles l'un envers l'autre en 2058 ?
 - En expliquant votre démarche, déterminer à partir de quelle année, on peut considérer que les deux modèles ne sont plus fidèles l'un envers l'autre.

Source : wattsupwiththat.com/2012/06/02/what-can-we-learn-from-the-mauna-loa-co2-curve-2/

EXERCICE 2 (5 points)

On considère que la quantité des émissions de dioxyde de carbone exprimée en GtC (en gigatonnes de carbone) par combustion d'énergies fossiles (charbon, pétrole, gaz) augmente environ de 2,8 % par an depuis 1850. Pour tout entier naturel n , on note u_n la quantité des émissions de dioxyde de carbone en GtC l'année $1850 + n$. En 1850, la quantité d'émissions de dioxyde de carbone était de 0,125 GtC.

- Donner la valeur de u_0 , puis justifier que $u_1 = 0,1285$.
- Donner la nature et la raison de la suite (u_n) .
- En supposant que la quantité des émissions de dioxyde de carbone par combustion d'énergies fossiles va se poursuivre sur le même rythme dans les années à venir, estimer la quantité (en GtC) des émissions de dioxyde de carbone par combustion d'énergies fossiles en 2050. Le résultat sera arrondi au dixième.
- Des articles scientifiques affirment que la quantité des émissions de dioxyde de carbone par combustion d'énergies fossiles double environ tous les 25 ans. Justifier cette affirmation.
Toute démarche, même non aboutie, sera prise en compte dans la notation.

Source : skepticalscience.com/C02-emissions-vs-Temperature-growth.html

EXERCICE 3 (5 points)

Une mairie commande une étude statistique portant sur les commandes mensuelles de viande dans les cantines de la commune. Cette étude s'intéresse à 3 catégories de viande (porc, agneau et bœuf) et 3 cantines (école primaire, école maternelle et crèche)

Les résultats de l'étude sont répertoriés dans le tableau ci-dessous :

Quantités commandées (en kilogrammes) :				
	porc	agneau	bœuf	TOTAL
Cantine école primaire	126	54	108	288
Cantine école maternelle	95	23	58	176
Cantine crèche	36	11	49	96
TOTAL	257	88	215	560

Le maire et le responsable des commandes des trois cantines échangent sur les résultats de l'étude: Le dialogue est retranscrit ci-dessous. Le maire sera noté **M** et le responsable des commandes **R**.

M: « Les commandes de viande de bœuf de l'école primaire représentent plus de 50 % des commandes de viande de bœuf de la ville ».

R: « Oui mais les commandes de viande de bœuf de l'école primaire représentent moins de 38 % des commandes de viande de l'école primaire ».

1. Expliquer pourquoi le maire et le responsable des commandes ont tous les deux raison.

Le dialogue entre les deux personnes se poursuit :

M: « Les commandes de viande de la crèche représentent environ 17 % des commandes de viande de la ville ».

R : « Les commandes de viande de bœuf de la crèche représentent environ 9 % des commandes de viande de la ville.

2. Justifier les deux affirmations précédentes par des calculs.

Le maire et le responsable des commandes souhaitent que chaque cantine applique la règle suivante : « La quantité de viande de bœuf commandée ne dépasse pas 50 % de la quantité totale de viande commandée ».

3. Identifier les éventuelles cantines qui devraient réduire leurs commandes de viande de bœuf. Justifier la réponse.

NOM :

EXAMEN :

(EN MAJUSCULES)

Spécialité ou Option :

Prénoms :

EPREUVE :

Date de naissance :

Centre d'épreuve :

Date :

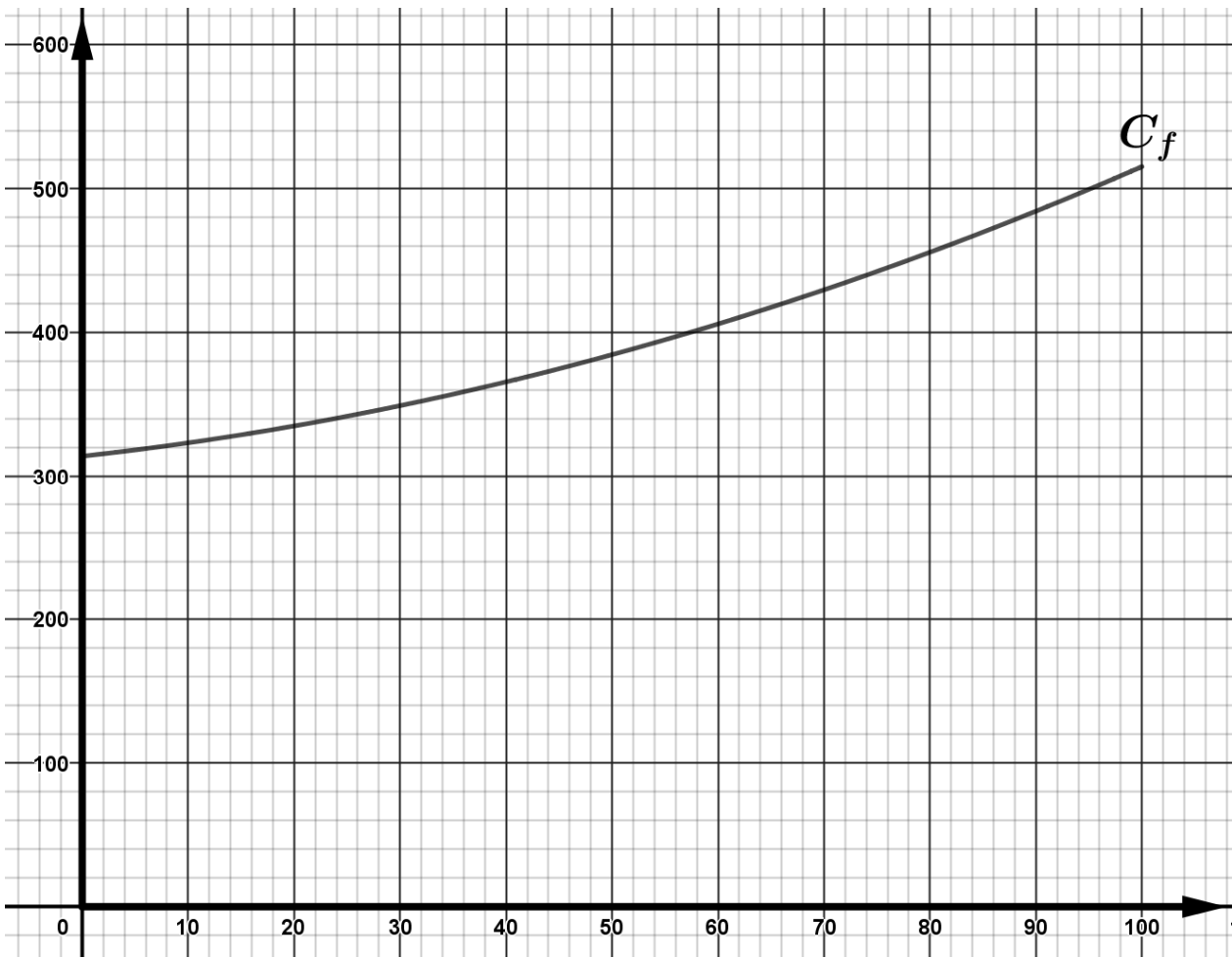
N° ne rien inscrire

N° ne rien inscrire

ANNEXES A et B (à compléter, numéroté et à rendre avec la copie)

--	--

ANNEXE A



ANNEXE B

année	1958	1968									
x	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
$g(x)$											